ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE TELECOMUNICACION
Departamento de Ingeniería Electrónica. Sistemas Electrónicos Analógicos, Quinto Curso.
Parcial 3 del 19 de Enero de 2012. **D.N.I.:**
APELLIDOS:
NOMBRE: **SOLUCION**

Problema 1. Tenemos un sensor electrodinámico que presenta una impedancia de salida esencialmente resistiva de valor $\boldsymbol{R_O}$**=10 kΩ** y que entrega una señal $\boldsymbol{v_S(t)}$ **de 100 µV** eficaces cuyas componentes caen en la banda (**1 kHz-100 kHz**). Otros datos: k=1.38×10^{-23} W/Hz/K, T=300K, **4*kTR***≈16 (nV)^2/Hz para R=1 kΩ.

1- Obtenga la relación Señal/Ruido $\mathbf{(S/N)_i}$ de este sensor considerando que la etapa que recogerá su señal y su ruido tendrá una ganancia tipo paso-bajo de primer orden con una frecuencia de corte $\boldsymbol{f_c}$**=100 kHz**. (**5 p**)

2- Dado que *no queremos degradar la relación Señal/Ruido* $\mathbf{(S/N)_i}$ que tenemos, la amplificación de su señal deberá cuidar los aspectos de diseño para bajo ruido. Dibuje el esquema de un amplificador de tensión de ganancia $\mathbf{A_V=10^3}$ **V/V** (**60 dB**) basado en Amplificador Operacional (AO) suponiendo que nuestro sensor permite el paso de la corriente de corriente continua si es necesario. Justifique su elección de una configuración inversora o no-inversora *buscando la mayor estabilidad de la ganancia*. Diseñe los valores de todos los elementos usados en su diseño excepto el AO, justificándolos adecuadamente. (**35 p**)

3- Para el AO podemos usar uno de **muy bajo ruido** con etapa de entrada basada en transistores bipolares cuyos equivalentes de ruido son: $\mathbf{e_n}$=1 nV/Hz$^{1/2}$ e $\mathbf{i_n}$=0.5pA/ Hz$^{1/2}$ (AO1) o uno de **bajo ruido** con etapa de entrada basada en transistores de efecto campo cuyos equivalentes de ruido de entrada son: $\mathbf{e_n}$=5.5 nV/Hz$^{1/2}$ e $\mathbf{i_n}$=1fA/ Hz$^{1/2}$ (AO2). Obtenga la relación señal/ruido $\mathbf{(S/N)_o}$ a la salida del amplificador que ha propuesto según se use AO1 o bien AO2 y calcule las dos Figuras de ruido correspondientes. (**20 p**)

4- Considerado la $\boldsymbol{R_{opt}}$ de AO 1 y la de AO2 podemos decir que estos AO podrían dar mejores prestaciones si adaptásemos la resistencia de salida del sensor a la $\boldsymbol{R_{opt}}$ de cada AO. Como no tenemos transformadores adecuados, pero sí que podemos **colocar juntos cuatro sensores** para que sean excitados por el mismo estímulo (vibraciones en este caso), vamos a estudiar la posibilidad de hacerlo así y usar la conexión entre ellos (en serie o en paralelo) como forma de variar la $\boldsymbol{R_{O4}}$ del sensor total que resulta. Obtenga la relación Señal/Ruido $\mathbf{(S/N)_{i4}}$ de este sensor total y su resistencia de salida $\boldsymbol{R_{O4}}$ cuando se conectan: **a)** cuatro sensores en serie y **b)** cuando se conectan en paralelo. (**15 p**)

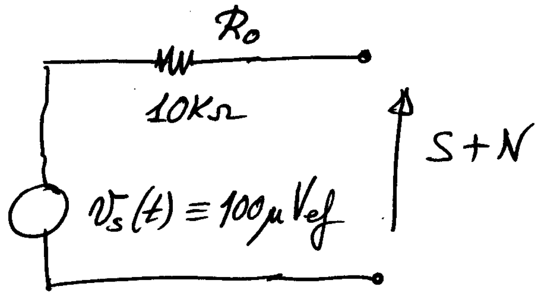
5- Si ha hecho bien las cosas verá que de la suma de cuatro señales totalmente correladas (sumadas "**en tensión**" por tanto) y de la suma "**en potencia**" de cuatro ruidos incorrelados, ya se obtiene una mejora de la relación Señal/Ruido: $\mathbf{(S/N)_{i4}>(S/N)_i}$. Considerando ahora cómo los nuevos sensores cuádruples se adaptan más o menos a las $\boldsymbol{R_{opt}}$ de AOl y la de AO2, repita el Apartado 3 para AO1 y AO2 con el sensor cuádruple que más convenga a cada uno de estos AO. Considere que alguno de estos sensores cuádruples puede haber variado la señal que entrega y que antes era una señal $\boldsymbol{v_S(t)}$ **de 100 µV** eficaces. Como nuestro objetivo era tener una señal de salida $\boldsymbol{v_o(t)}$ de **100 mV** eficaces, retoque su diseño en caso necesario para seguir obteniendo esa misma señal $\boldsymbol{v_o(t)}$. Justifique a partir de todo ello cuál es la mejor combinación (AO+cuádruple sensor) y a qué se deben sus buenas prestaciones desde el punto de vista de $\mathbf{e_n}$, $\mathbf{i_n}$, $\boldsymbol{R_{opt}}$, (estabilidad de la ganancia obtenida según el grado de realimentación, etc. (**25 p**)

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación Universidad Politécnica de Madrid

POLITÉCNICA — ETSIT UPM

Asignatura		Fecha		
Apellidos		Curso		Calificación
Nombre	—— SOLUCION ——	Grupo		

1)



$$S = (100\mu V)^2/1\Omega \quad (W)$$

$$N: \; 4kT\cdot 10k\Omega = \frac{4kT\cdot 1k\Omega}{1k\Omega} \times 10k\Omega$$

$$N = \underbrace{4kT\cdot 1k\Omega \cdot \frac{10k\Omega}{1k\Omega}\cdot BW_N}_{V^2} / 1\Omega \quad (W)$$

$$S = 10^{-8} \text{ W sobre } 1\Omega$$

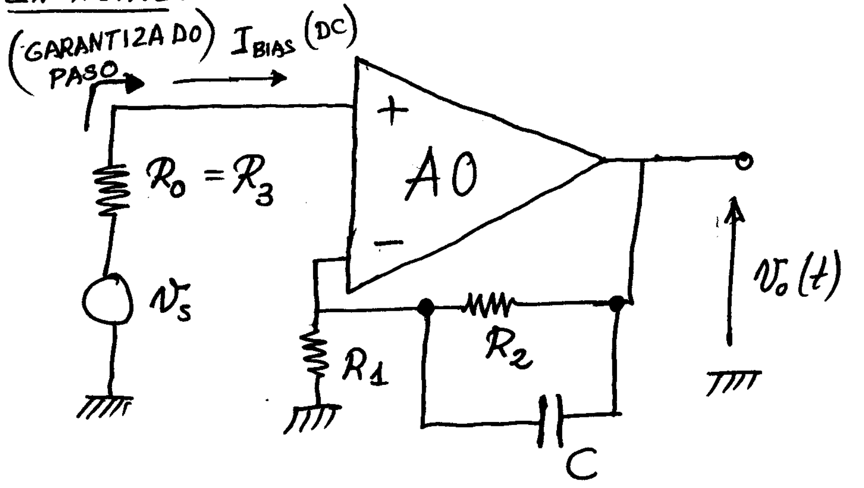
$$N = 16\,(nV)^2/_{Hz}\cdot 10 \cdot \frac{\pi}{2}\cdot 100kH_z / 1\Omega = \frac{16\cdot 10^{6}\cdot \pi}{2}\cdot 10^{-18} \text{ W sobre } 1\Omega.$$

$$\left(S/N\right)_i = \frac{2\cdot 10^{-8}}{16\cdot \pi \cdot 10^{-12}} = \frac{10^4}{8\pi} \approx \frac{10^4}{25} = 400 = \underline{\underline{\mathbf{26}\,dB}}$$

2) Elegiremos la configuración no-inversora para que la R_o del sensor no entre a formar parte de la red β de realimentación del AO. Así la ganancia $A_V \approx 1/\beta_V$ podrá ser muy estable si β_V lo es a su vez y lo será, porque $\beta_V = \frac{R_1}{R_1+R_2}$ sólo va a depender de dos resistencias R_1 y R_2 que estarán "juntas" de cara a sufrir variaciones térmicas por ejemplo.

Por ello la etapa elegida es ésta:

ENUNCIADO:



$$R_N = R_3 + (R_1 \| R_2)$$

$$\underbrace{\frac{v_o}{v_s} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = G_N}_{\text{En bajas frecuencias donde C no actúa todavía}}$$

R_N : lo más bajo posible (bajo ruido) ya que:

$$v_{oN}^2 \approx G_N^2 \left[e_n^2 + (i_n R_N)^2 + 4KTR_N\right] \cdot BW_N \quad (V^2)$$

Como $R_N = R_3 + R_1 \| R_2$ y $R_3 = 10\,k\Omega$, bastará hacer $R_1 \| R_2$ menor que $100\,\Omega$ por ejemplo. **(A)**

Como el efecto de carga de R_1 y R_2 a la salida del AO es $(R_1 + R_2)$ conviene hacer $(R_1 + R_2) \geq 1\,k\Omega$ para no perder beneficios de la realimentación por efecto de carga a la salida. **(B)**

Por otra parte, $G_N = A_V = 10^3 \Rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_1} = 10^3 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 999 \approx 10^3$ **(C)**

Para cumplir (A), (B) y (C) vamos a tomar:

$$\left.\begin{array}{l} R_1 = 10\,\Omega \\ R_2 = 10\,k\Omega \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} R_1 \| R_2 \approx \underline{\underline{10\,\Omega}} \ll R_3 \Rightarrow \underline{\underline{R_N \approx R_3}} \text{ cumple (A)} \\ R_1 + R_2 \approx 10\,k\Omega \gg 1\,k\Omega \text{ cumple (B)}. \end{array}\right.$$

Para C debemos hacer $f_c = 100\,KH_z \Rightarrow \frac{1}{2\pi \cdot 100\,KH_z \cdot C} = R_2 \Rightarrow$

$$\underline{\underline{C = 159\,pF}}$$

3) Utilizando A01 el ruido cuadrático a la salida será:

$$V_{on}^2 = (10^3)^2 \cdot \Bigg[\underbrace{1 \frac{(nV)^2}{Hz} + 25 \frac{(nV)^2}{Hz}}_{A} + \underbrace{16 \cdot \frac{10k}{1k} \frac{(nV)^2}{Hz}}_{B} \Bigg] \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 10^5 \; Hz$$

$$\left(S/N\right)_o = \frac{A_v^2 V_s^2}{V_{on}^2} = 342'5 \; (25'34 dB) \Rightarrow F_{A01} = \frac{(S/N)_i}{(S/N)_o} = 1'168 \; (0'67 dB)$$

También debe ocurrir que: $F_{A01} \approx 1 + \dfrac{A \text{ (ruido añadido por etapa)}}{B \text{ (ruido generado por el sensor)}}$

$$F_{A01} \approx 1 + \frac{26}{160} = 1'1625 \; (0'654 dB)$$

Utilizando A02 el ruido cuadrático a la salida será:

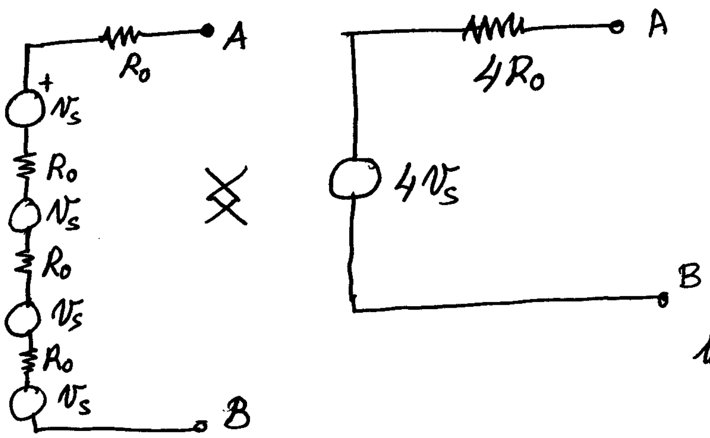
$$V_{on}^2 = (10^3)^2 \Bigg[30'2 \frac{(nV)^2}{Hz} + \underbrace{\cancel{(10^{-15} \cdot 10^4)^2 \frac{(nV)^2}{Hz}}}_{\text{DESPRECIABLE}} + 16 \cdot \frac{10k\Omega}{1k\Omega} \frac{(nV)^2}{Hz} \Bigg] \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 10^5 \; Hz$$

$$\left(S/N\right)_o = \frac{V_s^2}{V_{on}^2} = 334'6 \; (25'24 dB) \Rightarrow F_{A02} = 1'195 \; (0'77 dB)$$

Tambien debe ocurrir que: $F_{A02} \approx 1 + \dfrac{30'2}{160} = 1'189 \; (0'751 dB)$

que es algo peor que F_{A01} pero no demasiado, siendo buenas las dos.

4) Cuatro en serie:



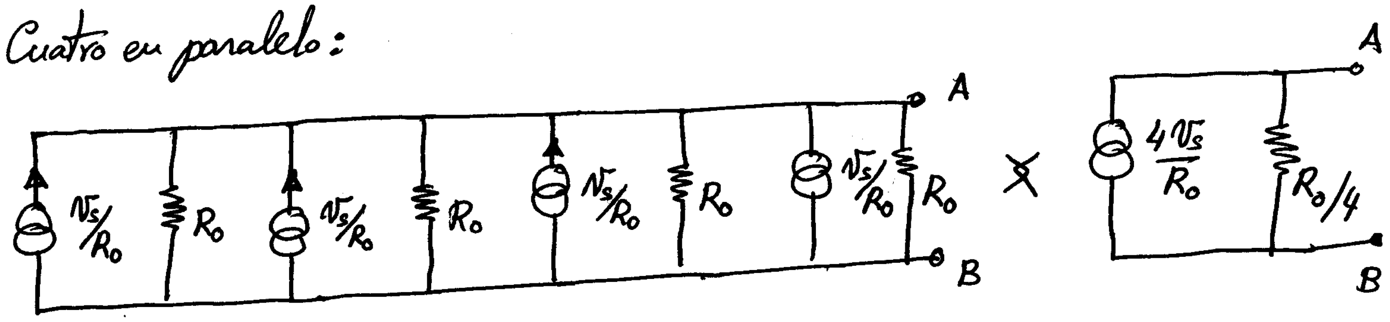
$$S = (4V_s)^2 / 1\Omega$$

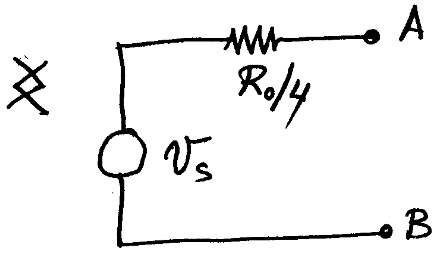
$$N = 4kT \cdot \frac{1k\Omega}{1k\Omega} \cdot 4R_0 \cdot BW_N / 1\Omega$$

La potencia de señal es 4^2 veces (16 veces) mayor que en el Apdo 1, pero la de ruido sólo es 4 veces mayor que entonces. ⇒

$$\left(S/N\right)_{i4} = \frac{16}{4}\left(S/N\right)_i = 4\times\left(S/N\right)_i = 1600 = \mathbf{32}\,dB$$

Cuatro en paralelo:





La potencia de señal es la misma del Apartado 1, pero la potencia de ruido es 4 veces menor ⇒

$$\left(S/N\right)_{i4} = \frac{1}{(1/4)}\cdot\left(S/N\right)_i = 4\times\left(S/N\right)_i = 1600 = \mathbf{32}\,dB$$

5) La R_{opt} de AO1 será: $R_{opt_1} = \dfrac{1\ nV/\sqrt{Hz}}{0'5\ pA/\sqrt{Hz}} = \underline{\underline{2k\Omega}}$ y la de AO2 sale $R_{opt_2} = \dfrac{5'5\ nV/\sqrt{Hz}}{1\ fA/\sqrt{Hz}} = \underline{\underline{5'5\ M\Omega}}$. La $\underline{R_0 = 10k\Omega}$ del sensor único no se adapta a ninguna de estas R_{opt}. La Resistencia de salida del sensor cuádruple en paralelo es de $2'5\ k\Omega$ $(R_0/4)$, un valor que prácticamente es R_{opt1}. Probemos pues este sensor con AO1 que nos tiene que dar una Figura de ruido mejor aún que la del Apdo. 3 para AO1. Tomando este sensor que da la misma tensión de señal v_s, no hay que variar la

ganancia A_V y por tanto G_N tampoco cambiará. Lo que sí variará es F o la relación entre ruido añadido y ruido generado (términos A y B del Apdo 2). Como $R_N \approx R_3$ seguirá siendo cierto (aunque ahora R_N será $\approx 2'5\,k\Omega >> \underbrace{R_1 /\!/ R_2}_{10\,\Omega}$)

Por tanto:
$$F_{\binom{PAR.}{AO1}} = 1 + \frac{1^2 \frac{(nV)^2}{Hz} + (1'25)^2 \frac{(nV)^2}{Hz}}{4kT\cdot 2'5k \approx 2'5\cdot 16 \; \frac{(nV)^2}{Hz}} = 1'064 \; (0'27\,dB)$$
¡excelente!

No probamos con este A.O. el sensor cuádruple en serie porque su resistencia de $40\,k\Omega$ se ha alejado mucho de R_{opt1} y no va a dar mejor figura de ruido que ésta (que es muy buena).

Pero sabiendo lo bien que trabajan los AO de tipo "FET-input" con resistencias altas en la fuente de señal, vamos a probar el sensor cuádruple en serie con $R_{4S} = 40\,k\Omega$ como resistencia de salida, con este AO2.

Para empezar, este sensor da 4 veces más tensión de señal que la que necesitamos si usamos $A_V = 10^3$. Por ello Hay que reducir la ganancia A_V en un factor 4 y esto reducirá G_N en ese mismo factor. La forma más rápida de hacerlo es aumentar R_1 de $10\,\Omega$ a $R_1 = 40\,\Omega$. Así C y R_2 no hay que modificarlos y quedan igual. Este aumento de R_1 a 40Ω hará que $R_1 // R_2 \approx 40\Omega$ (mayor que antes)

<u>PERO</u> como ahora $R_3 = R_N$ es $40K\Omega$ en vez de $R_0 = 10K\Omega$, el diseño sigue cumpliendo la condición $R_1 // R_2 \ll R_3$ y es de bajo ruido. En este caso tenemos:

$$F_{\binom{SER.}{AO2}} = 1 + \frac{(5'5)^2 \frac{(nV)^2}{Hz} + \cancel{(0'04)^2 \frac{(nV)^2}{Hz}} \to \text{DESPRECIABLE}}{4KT \cdot 40k\Omega \approx 40 \cdot 16 (nV)^2/_{Hz}}$$ (Suele ocurrir con los "FET-input")

$$F_{\binom{SER.}{AO2}} = 1 + \frac{30'25}{640} = 1'047 \; (0'20\,dB)$$ ¡EXCELENTE! e IMPRESIONANTE

De donde vemos que el "modesto" "low-noise, FET-input" AO2 llega a superar al "caro" "ultra-low-noise, bipolar input" AO1.

En cuanto a las relaciones (S/N) en estos dos casos, podemos repetir los cálculos del Apdo 3 con la misma G_N para AO1 y una G_N 4 veces menor para AO2. Pero teniendo las dos figuras de ruido que acabamos de obtener y sabiendo la mejora (un factor 4) en la relación S/N que ofrece el sensor cuádruple (serie o paralelo, da la misma mejora) podemos decir que las nuevas relaciones $(S/N)_o$ serán:

Con AO1: $$\left(S/N\right)_{o\,4\,paralelo} = \left(S/N\right)_i (dB) + \underbrace{6dB}_{\text{mejora factor 4}} - F_{\binom{par}{AO1}}$$

Con AO2: $\left(S/N\right)_{o\,4serie} = \left(S/N\right)_i^{(dB)} + \underbrace{6dB}_{\text{mejora factor 4}} - F_{\left(\substack{ser\\AO2}\right)}$

Por tanto: $\left(S/N\right)_{o\left(\substack{4\,paralelo\\+\\AO1}\right)} = 400 \times 4 \times \frac{1}{1'064} = 1503'8 \;(31'77dB)$

$$\left(S/N\right)_{o\left(\substack{4\,serie\\+\\AO2}\right)} = 400 \times 4 \times \frac{1}{1'047} = 1528'2 \;(31'84\,dB)$$

La diferencia es de 0'07dB que es igual a $\frac{F_{\left(\substack{PAR\\AO1}\right)}}{F_{\left(\substack{SER\\AO2}\right)}} = \frac{1'064}{1'047} = 1'016$

es decir: 0'07dB igual a 0'27dB − 0'20dB como debe ser.

Por ello la mejor combinación es (AO2 + cuádruple sensor en serie) pero la diferencia es tan pequeña que los márgenes de variación tecnológicos ya jugarían un papel relevante porque e_n, i_n son valores medios con cierta varianza y nos puede tocar un AO1 "bueno" con esa e_n y un AO2 "malo" con $e_n = 5'7\ nV/\sqrt{Hz}$ muy cercano al "nominal" pero peor que él.

Ahora bien, la opción con AO2 sólo le pide al AO una ganancia de 250 (cuatro veces menos que $A_v = 10^3$). Ello supone que su realimentación negativa es 4 veces mayor, luego sus beneficios como desensibilización de la ganancia serán 4 veces mayores.

La ganancia $A_v = 250$ del AO2 será, para las mismas variaciones relativas de la ganancia del AO, 4 veces más estable que la ganancia 1000 del AO1. ⇒ Definitivamente mejor (AO2 + 4serie)